

### 3. Gaia: Partikula baten DINAMIKA

Tipler eta Mosca: 4 eta 5 kapituluak  
Fisika Orokorra: 5 kapitulua

Aritz Leonardo

erran ta zabal zazu



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

- ▶ Aurreko gaietan higidura deskribatzen saiatu gara. Oraingo helburua higiduraren jatorria ulertzea da.
- ▶ Newton-en legeak naturaren portaera mekanikoa hitz laburrez zehazten dute.
- ▶ Magnitude berriak definituko ditugu eta hauen kontserbazioaren baldintzak aztertu:

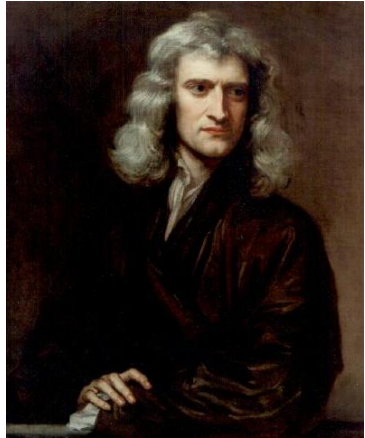
$\vec{P} \equiv$  Momentu lineala

$\vec{F} \equiv$  Indarra

$\vec{L} \equiv$  Momentu angeluarra

$\vec{\tau} \equiv$  Indar momentua

# Sir Isaac Newton (1642 - 1727)



## Lehenegoa (Inertziaren printzipioa)

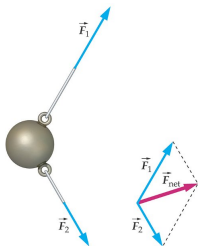
Geldi dagoen gorputz batek geldi jarraituko du berarengan kanpoko indarririk eragiten ez badu. Mugimenduan dagoen gorputza ordea, abiadura konstantez eta zuzen jarraituko du kanpoko indarririk eragiten ez dion bitartean.

Lehenko printzipioa hau azaltzeko definitu gabeko kontzeptu bat erabili dugu, hots, Indarra! baina zer da?

# Newton-en legeak

## Indarra:

Newtonen lehenengo legeari erreparatuz, indarra definitu dezakegu partikula baten abiadura aldatzen duen *kanpoko eragina, influentzia* edo *akzioa* bezala, hau da, azelerazio bat ezartzen dio partikulari errefrentzia sistema inertzial batekiko. Indarra magnitude bektoriala da, beraz, modulua, norabidea eta noranzkoa du.



Naturan 4 indar edo elkarrekintza ezberdin daude:

- ▶ elkarrekintza grabitatorioa:
- ▶ elkarrekintza elektromagnetikoa:
- ▶ indar nuklear ahula
- ▶ indar nuklear gogorra

## Masa: (m)

Partikulen berezko ezaugarria bat da. Demagun antzerako ostikada bat ematen diogula harri bati eta pilota bati. Lehenengoak jasoko duen abiaduraren aldaketa bigarrenarena baina txikiagoa izango da. Nolabait, partikulak duen inertiaren neurri bat da, hots, “zenbateko” oposaketa egiten duen gorputzak, indar batek eragindako mugimenduaren aldaketari.

Gainezarmen printzipioa:

$$\vec{F}_{\text{total}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots$$

## Newton-en Legeak

Indarrik jasaten ez duen partikulak esan dugu abiadura mantenduko duela, baina indar neto bat jasatekotan zer?

Momentu lineala:

Magnitude berria definituko dugu  $\Rightarrow \boxed{\vec{P} = m\vec{v}}$

Bigarren legea:

Gorputz baten azelerazioa zuzenki proportzionala da nabaritzen duen indar totala edo erresultantearekin eta alderantzizko proportzionala bere masarekin.

$$\boxed{\sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{total} = m\vec{a}}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

$$1 \text{ newton} = 1\text{N} = 1 \text{ kg m/s}^2$$

**Oharra:** Partikula askearen momentu lineala kontserbatzen da!

$$0 = \frac{d\vec{P}}{dt} \Rightarrow \vec{P} = kte \Rightarrow \vec{v} = kte$$

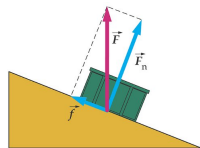
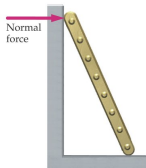
## PISUA

Indar grabitatorioak masen arteko erakarpena deskribatzen du. Gure kasuan edozein gorputzak lurra sortarazten duen eremu grabitatorioa nabaritutako du hurrengo indarra eragiten diolarik:

$$\vec{F}_g = m\vec{g} \quad g = 9.8\text{m/s}^2 \quad \text{gorputza lurrazalean badago}$$

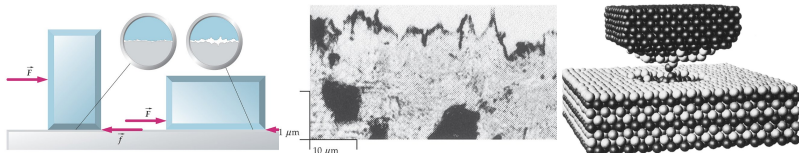
## KONTAKTU INDARRAK

Bi gorputzen artean kontaktua dagoenean, makroskopikoki antzematen dugun elkarrekiko indarra, 2 gorputzek osatzen duten milioika oinarrizko partikulen artean ematen den 4 indar fundamentalen erresultantea da. Noski, horrelako adierazpenik ezin da lortu.



# Indar motak

osagai tangentiala: marruzkadura



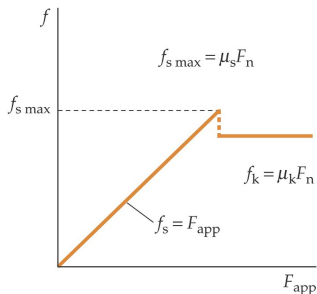
Marruzkadura indarra, indar makroskopikoa eta fenomenologikoa da. Kontaktu gainazal mikroskopikoarekiko proportzionala izanik, indar normalarekiko ere proportzionala izango da.

**Marruzkadura estatikoa:**

$$f_{s, \max} = \mu_s N \quad f_s \leq \mu_s N$$

**Marruzkadura zinetikoa:**

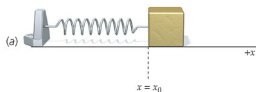
$$f_k = \mu_k N$$



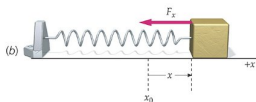


## MALGUKIA

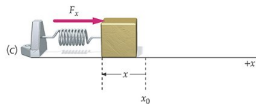
Malguki batek egiten duen indarra orekatik ateratzen denean distantziarekiko proportzionala da.



$F_x = -kx$  is negative (because  $\Delta x$  is positive).



$F_x = -kx$  is positive (because  $\Delta x$  is negative).



$$F_x = -kx \quad \text{Hooken legea}$$

# Newton-en legeak

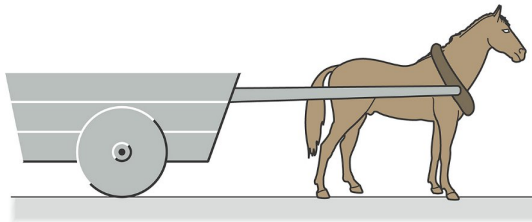
## Hirugarren legea: Akzio-erreakzioa

A gorputz batek  $\vec{F}_{AB}$  indarra egiten badu B gorputzaren gainean, honek, A-ri erantzungo dio aurkako  $\vec{F}_{BA}$  indar berdin batekin, hots:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Arazo kontzeptuala:

3. legeak dioenaren arabera... zaldiak gurdia bultzatzerakoan, gurdiak zaldiari indar bernirakein erantzungo dio, beraz, ez da inoiz tokitik mugituko!!!



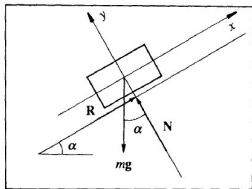
## Adibidea

Demagun plano aldapatsu batetan da-  
goen 1kg-tako kaxa bat. Zoluarekiko  
duen marruskadura-koefizienteak on-  
dokoak dira:  $\mu_s = \mu_k = 0.3$

a) Zein da plano horrek horizontalare-  
kin osa dezakeen angelurik handiena,  
masa berez jaisten has ez dadin?

b) Kaxa ganean eta planoaren nora-  
bidean  $F=1$  N-eko goranzko indarra  
eginez, zein izango da angelurik han-  
diena?

c) Planoa  $45^\circ$  -z altxatuz eta aurre-  
ko  $F=1$ N-eko indarra mantenduz, zein  
azelerazioz jaitsiok da?



a)  $F_s \leq \mu_s N$  "α" handiena  $\Rightarrow F_s = \mu_s N$

$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a} \begin{cases} x & -mg \sin \alpha + \mu_s N = 0 \\ y & N - mg \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

$$-mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = 0$$

$$\alpha = \arctan \mu = 16^\circ$$

b)  $F'_s = \mu_s N'$

$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a} \begin{cases} x & -mg \sin \alpha' + \mu_s N' + F = 0 \\ y & N' - mg \cos \alpha' = 0 \end{cases}$$

$$\alpha' = 22^\circ$$

c)  $45^\circ > 22^\circ$  denez, jaitsioko da azeleratuz.

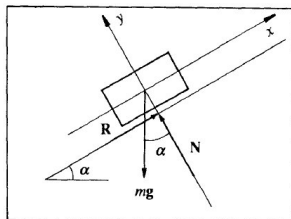
$$\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a} \begin{cases} -mg \sin 45 + \mu_s N' + F = -ma \\ N' - mg \cos 45 = 0 \end{cases}$$

$$a = 3.85 \text{ m/s}^2$$

# Adibidea

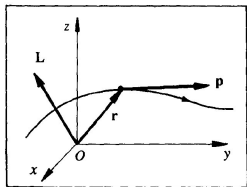
Demagun plano aldapatsu batetan dagoen 1kg-tako kaxa bat. Zoluarekiko duen marruskadura-koefizienteak ondokoak dira:  $\mu_s = \mu_k = 0.3$

- Zein da plano horrek horizontalarekin osa dezakeen angelurik handiena, masa berez jaisten has ez dadin?
- Kaxa gainean eta planoaren norabidean  $F=1$  N-eko goranzko indarra eginez, zein izango da angelurik handiena?
- Planoa  $45^\circ$  -z altxatuz eta aurreko  $F=1$ N-eko indarra mantenduz, zein azelerazioz jaitsiok da?



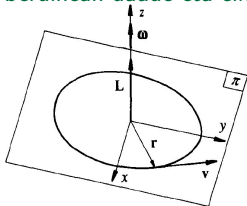
## Momentu angeluarra

Magnitude berri bat definituko dugu eta zein baldintzatan kontserbatzen den aztertu. O puntuarekiko partikula batek duen **momentu angeluarra**:



$$\vec{L}_0 \equiv \vec{r} \times \vec{p} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x & y & z \\ p_x & p_y & p_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x & y & z \\ mv_x & mv_y & mv_z \end{vmatrix}$$

Adibidea: Gorputz bat higidura zirkularrean diarduenan, hots,  $\vec{r}$  eta  $\vec{v}$  plano berdinean daude eta elkarrekiko  $\perp$



$$|\vec{L}_0| = |\vec{r} \times \vec{p}| = rp \sin(90) = m|r||v| = mr^2\omega$$

$$\vec{L}_0 = mr^2\omega \hat{k} = mr^2\vec{\omega}$$

## Indar momentua

Indar batek erreferentzia sistemaren jatorriarekiko duen **indar momentua**:

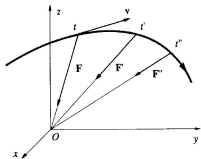
$$\vec{\tau}_0 = \vec{r} \times \vec{F}$$

Erlaziorik al dago  $\vec{L}$  eta  $\vec{\tau}$  -ren artean? BAI!

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}}_{\vec{v}} \times \vec{p} + \vec{r} \times \underbrace{\frac{d\vec{p}}{dt}}_{\vec{F}} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{\tau} \Rightarrow \boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}}$$

- ▶ Partikula baten ganean egiten den indarren momentuak, partikula horren momentu angularraren aldakuntza sortzen du. Noiz kontserbatuko da momentu angeluarra?

$$\vec{\tau} = 0 = \frac{d\vec{L}}{dt} \rightarrow \vec{L} = kte$$



### Indar zentralak

Etengabe puntu finko bati zuzenduriko norabidea duten indarrak dira.

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = 0 \text{ Beti!!} \Rightarrow \vec{L} = kte$$