2. Gaia: ZINEMATIKA
Higidura Erlatiboa

Fisika Orokorra: 4 kapitulua

Aritz Leonardo

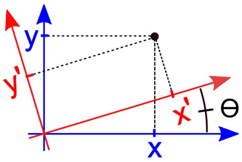
eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

Aurkibidea

Higidura Erlatiboa

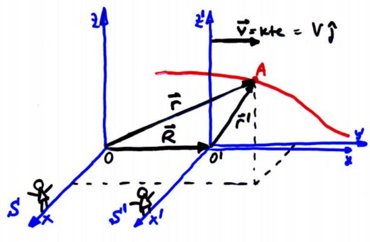
- Jadanik ikasi dugu higidura kontzeptu erlatiboa dela. $(\vec{r}, \vec{v}, \vec{a})$ bektoreek adierazpen desberdina dute aukeratzen den erreferentzia sistemaren arabera.



- Helburua: Elkarrekiko mugimenduan dauden erreferentzia sistema ezberdinak egiten dituzten neurketak erlazionatzea, batetik bestera pasatu ahal izateko.

Translazio-higidura erlatiboa

Transformazio Galilearra:



- $t = 0$ denean $\rightarrow$ 00' batera daude
- 0xyz eta 0'x'y'z' elkarrekiko paraleloak dira beti eta azken hau abiadura konstantez urruntzen da.
- $\boxed{\vec{R} \equiv 00' = \vec{V}t}$ $\qquad \vec{V} = V\hat{\jmath}$
- $\hat{\imath} = \hat{\imath}' \quad \hat{\jmath} = \hat{\jmath}' \quad \hat{k} = \hat{k}'$

Posizioa:

$$\vec{r} - \vec{R} = \vec{r}'$$

$$\vec{r}(t) = \vec{R}(t) + \vec{r}'(t) = \vec{V}t + \vec{r}'(t)$$

$$\begin{cases} x = x' \\ y = y' + Vt \\ z = z' \end{cases}$$

Abiadura:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d(\vec{V}t + \vec{r}')}{dt}$$

$$\boxed{\vec{v}(t) = \vec{V} + \vec{v}'(t)}$$

$$\begin{cases} v_x = v_x' \\ v_y = V + v_y' \\ v_z = v_z' \end{cases}$$

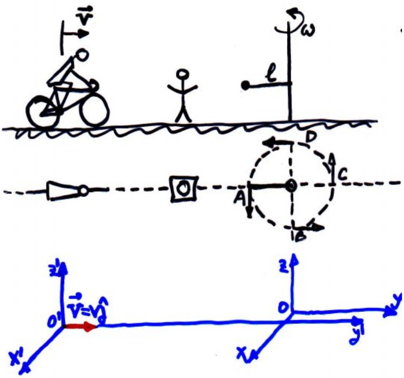
Azelerazioa:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{V} + \vec{v}')}{dt}$$

$$\boxed{\vec{a}(t) = 0 + \vec{a}'(t)}$$

$$\begin{cases} a_x = a_x' \\ a_y = a_y' \\ a_z = a_z' \end{cases}$$

- Adibidea: Demagun abiadura konstantez higitzen ari den ziklista bat (V=ktea). Beste behatzaile bat geldi dago. Bi behatzaileok, abiadura angeluar konstantez biratzen ari den gorputz bat (geldi dagoenaren sisteman higitzen ari dena) ikusten ari dira. Zeintzu dira bi behatzaileek neurtzen dituzten abiadurak, higitzen ari den gorputza irudiko A, B, C eta D puntuetan dagoenean?



$\boxed{A}$ puntuan abiadura:

$$(0xyz) \rightarrow \vec{v}_A = \omega l \hat{\imath}$$

$$(0'x'y'z') \rightarrow \vec{v}'_A = \vec{v}_A - \vec{V} = \omega l \hat{\imath} - V\hat{\jmath}$$

$$v_A = \omega l \qquad v'_A = \sqrt{\omega^2 l^2 + V^2}$$

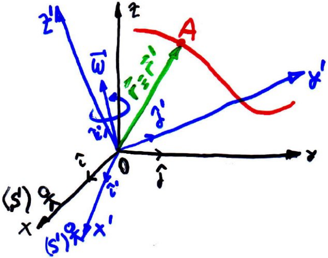
$\boxed{B}$ puntuan abiadura:

$$(0xyz) \rightarrow \vec{v}_B = \omega l \hat{\jmath}$$

$$(0'x'y'z') \rightarrow \vec{v}'_B = \vec{v}_B - \vec{V} = (\omega l - V)\hat{\jmath}$$

$$v_B = \omega l \qquad v'_B = \omega l - V$$

Biraketa uniformea - higidura erlatiboa



- 0xyz geldi dago
- 0'x'y'z' $\vec{\omega}$ =kte dauka 0xyz sistemarekiko
- $\hat{\imath} \neq \hat{\imath}' \quad \hat{\jmath} \neq \hat{\jmath}' \quad \hat{k} \neq \hat{k}'$

Posizioa:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}'(t) \begin{cases} \vec{r} = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath} + z(t)\hat{k} \\ \vec{r}' = x'(t)\hat{\imath}' + y'(t)\hat{\jmath}' + z'(t)\hat{k}' \end{cases}$$

Abiadura:

$$\vec{v} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_S = \frac{dx(t)}{dt}\hat{\imath} + \frac{dy(t)}{dt}\hat{\jmath} + \frac{dz(t)}{dt}\hat{k}$$

$$\vec{v}' = \left(\frac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{S'} = \frac{dx'(t)}{dt}\hat{\imath}' + \frac{dy'(t)}{dt}\hat{\jmath}' + \frac{dz'(t)}{dt}\hat{k}'$$

Bakarrik definitu ditugu bakoitzaren abiadura bere erreferentzia sisteman, baina EZ ditugu erlazionatu!!!

Biraketa uniformea - higidura erlatiboa

S eta S' neurtzen dituzten abiadurak erlazioantzeko:

$$\vec{r} \equiv \vec{r}' \quad \text{izanik} \Rightarrow \vec{v} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_S = \left(\frac{d\vec{r}'}{dt}\right)_S$$

$$\vec{v} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_S = \left(\frac{d\vec{r}'}{dt}\right)_S = \left[\frac{d}{dt}(x'(t)\hat{\imath}' + y'(t)\hat{\jmath}' + z'(t)\hat{k}')\right]_S = \overbrace{\frac{dx'}{dt}\hat{\imath}' + \frac{dy'}{dt}\hat{\jmath}' + \frac{dz'}{dt}\hat{k}'}^{v'}$$

$$+ x'\frac{d\hat{\imath}'}{dt} + y'\frac{d\hat{\jmath}'}{dt} + z'\frac{d\hat{k}'}{dt}$$

Frogatu daiteke: $\left(\frac{d\hat{\imath}'}{dt}\right)_S = \vec{\omega} \times \hat{\imath}' \quad \left(\frac{d\hat{\jmath}'}{dt}\right)_S = \vec{\omega} \times \hat{\jmath}' \quad \left(\frac{d\hat{k}'}{dt}\right)_S = \vec{\omega} \times \hat{k}'$

$$\vec{v} = \vec{v}' + x'\vec{\omega} \times \hat{\imath}' + y'\vec{\omega} \times \hat{\jmath}' + z'\vec{\omega} \times \hat{k}'$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}'}$$

Biraketa uniformea - higidura erlatiboa

Abiaduraren aurreko adierazpena alde bietan deribatuz S erreferentzia sistemaren, azelerazioen arteko erlazioa lortu dezakegu.

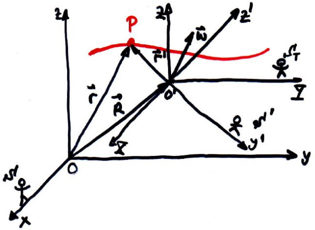
Azelerazioa:

- 'geldi' dagoen behatzaileak neurtzen duen azelerazioa $\vec{a}$
- 'biraka' dabilen behatzaileak neurtzen duen azelerazioa $\vec{a}'$

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') + 2\vec{\omega} \times \vec{v}'}$$

- azelerazio zentripetua
- Coriolis-en azelerazioa

Higidura erlatibo orokorra



- 0xyz geldi dago
- 0'x'y'z' $\vec{\omega}$ $\neq$kte dauka 0XYZ-rekiko
- 00' artean aldarapen azaleratua dago $\vec{A}$

Posizioa:

$$\boxed{\vec{r} = \vec{R} + \vec{r'}}$$

Abiadura:

$$\boxed{\vec{v} = \vec{V} + \vec{v'} + \vec{\omega} \times \vec{r'}}$$

Azelerazioa:

$$\boxed{\vec{a} = \vec{A} + \vec{a'} + \vec{\alpha} \times \vec{r'} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r'}) + 2\vec{\omega} \times \vec{v'}}$$

- $\vec{A} \equiv \frac{d\vec{V}}{dt}$ 0-0'ren translazio-azelerazioa den.
- $\vec{\alpha} \equiv \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ azelerazio angeluarra den.